

Четные, нечетные функции

Множество называется *симметричным* относительно начала координат, если для любого x из этого множества число $(-x)$ также принадлежит множеству.

Задание 1. Приведены примеры множеств: $[-10;10]$; $(0;50)$; $(-\infty;+\infty)$; $(-1.5;\frac{3}{2})$.

Необходимо определить какие из множеств являются симметричными.

Рассмотрим функции, области определения которых симметричны относительно начала координат. Среди таких функций выделяют четные и нечетные.

Функция f называется четной, если для любого x из ее области определения: $f(-x)=f(x)$.

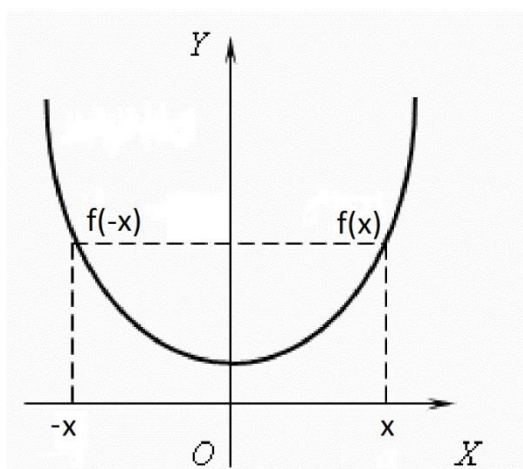


Рис. 1

Функция f называется нечетной, если для любого x из ее области определения: $f(-x)=-f(x)$.

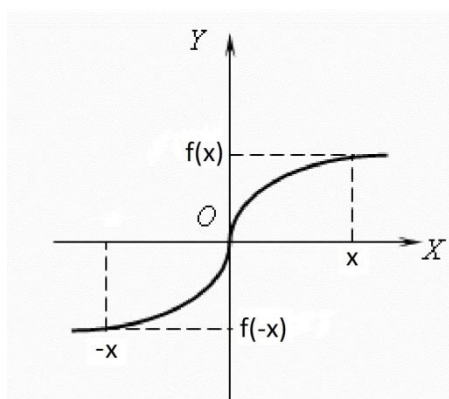


Рис. 2

Рассмотрим примеры: $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$.

1. $f(x) = x^2$

1) $D(f) = (-\infty;+\infty)$;

2) $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$ - четная функция

2. $f(x) = x^3$

1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$;

2) $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ - нечетная функция

Свойства четных и нечетных функций:

1. График четной функции симметричен относительно оси ординат.
2. График нечетной функции симметричен относительно начала координат.

Задание 2. Исследовать на четность/нечетность: а) $y = 3x^2 + x^4$; б) $y = x(5 - x^2)$; в) $y = x^2 + x$; г) $y = \sqrt{x+1}$.

Задание 3. Определить четность/нечетность функций по заданным графикам:

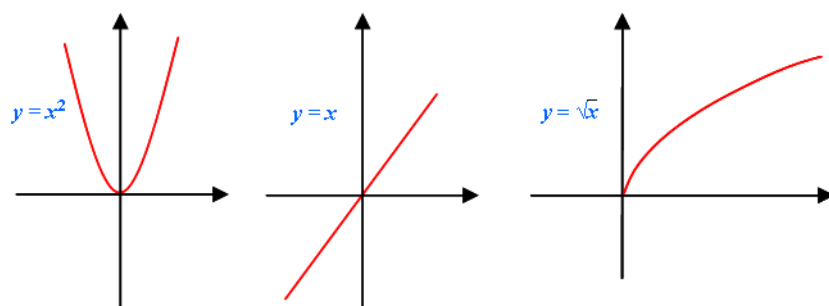


Рис. 3

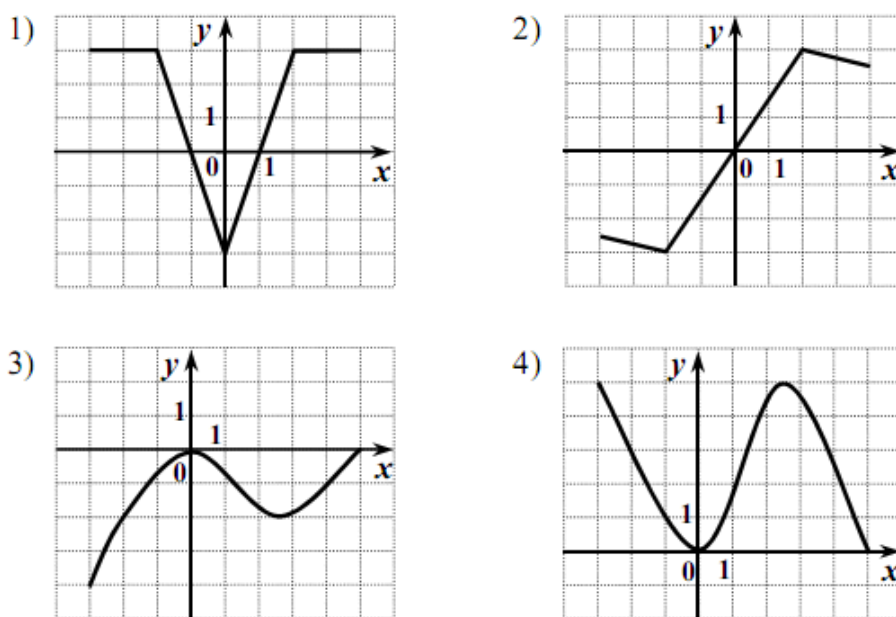


Рис.4

Задание 4. Построить весь график функции, если нарисована его часть и задана четность функции.

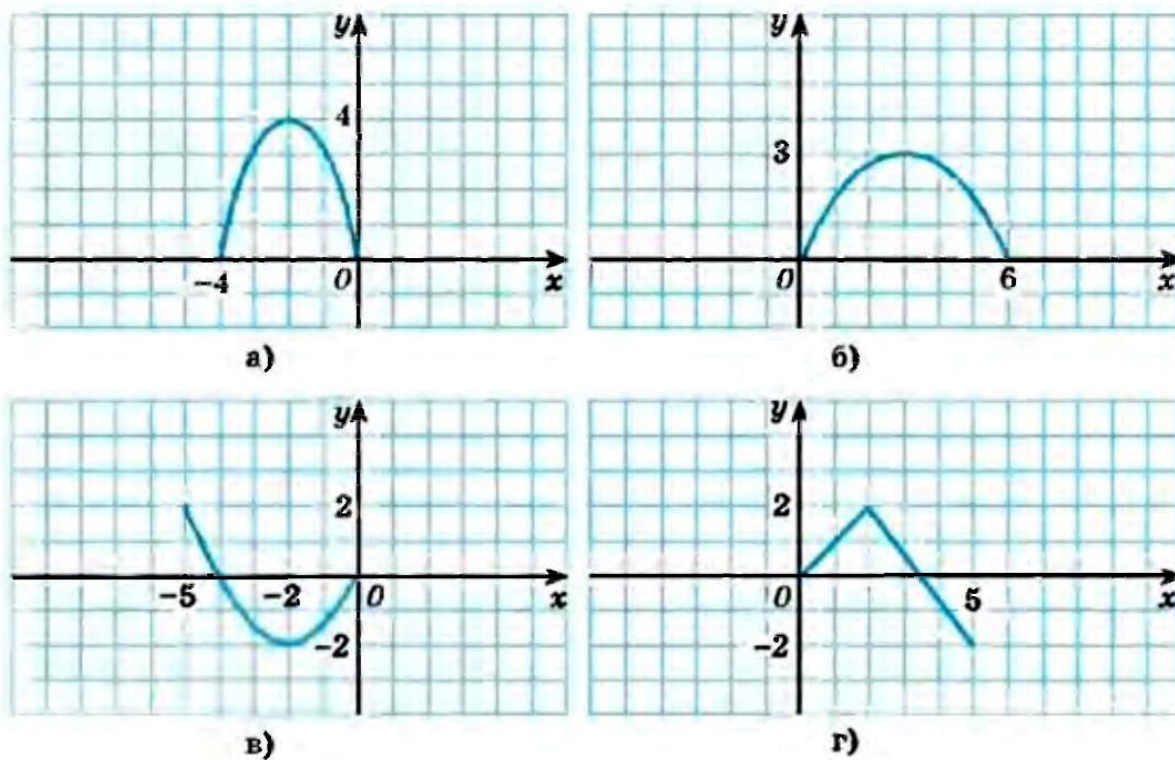


Рис.5

Задание 5. Известно, что функция $f(x)$ – четная и возрастает при $x > 0$. Определите характер монотонности функции при $x < 0$. Схематично изобразите график функции в тетради.